

文章编号: 1000-8055(2010)03-0623-06

多转子系统振动分析的子结构耦合矩阵法

范叶森, 王三民, 杨 振, 刘海霞
(西北工业大学 机电学院, 西安 710072)

摘 要: 提出了一种用于多转子耦合系统振动分析的建模方法. 将耦合的多转子系统在耦合处分开, 把耦合力作为单转子系统上的外力, 利用集总参数法和节点的自由振动微分方程通式建立单转子系统的振动方程. 通过分析耦合部件作用在耦合节点上的力, 得到了多转子系统耦合部件的耦合矩阵; 利用耦合矩阵将单转子系统振动微分方程耦合在一起, 建立了整个多转子系统的振动方程. 通过分析多转子系统的振动方程, 解出了多转子系统的固有频率、临界转速、幅频响应曲线、涡动轨迹等. 通过两个算例, 证实了多转子系统振动分析的子结构耦合矩阵法是可行的, 计算结果是可靠的.

关 键 词: 多转子系统; 振动耦合; 子结构耦合矩阵法; 振动微分方程; 振动分析

中图分类号: V231.9; TH113

文献标识码: A

Substructure coupled matrix method for vibration analysis of multi-rotor systems

FAN Yeshen, WANG Samin, YANG Zhen, LIU Haixia

(School of Mechanical Engineering,

Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: A modeling method was presented to analyze the vibration of a multi-rotor system. The multi-rotor system was divided into single-rotor systems at the coupled parts. The coupled forces were regarded as the external exciting forces for each single-rotor system. The vibration equations of the single-rotor system were derived from the lumped mass method and the vibration equations of each node. The coupled matrixes of the multi-rotor system were deduced from the expression of the coupled forces. The global vibration equations of the multi-rotor system were established using the coupled matrixes. The nature frequencies, critical speeds, frequency amplitude diagram and whirling orbit etc., were obtained by analyzing the global vibration equations of the whole systems. Finally, the feasibility and the reliability of the substructure coupled matrix method for vibration analysis of multi-rotor system were proved though two numerical examples.

Key words: multi-rotor system; vibration coupling; substructure coupled matrix method; vibration differential equation; vibration analysis

在航空发动机等特殊旋转机械中, 通常两个或多个转子通过中介轴承耦合在一起, 形成复杂的多转子系统^[1-2]. 各转子之间的耦合作用, 给转子系统的振动分析带来很大的困难. 国内外学者

围绕求解多转子系统动力学问题提出了许多算法: 如子结构传递矩阵法、子结构模态综合法、传递矩阵-阻抗耦合法、传递矩阵-分振型综合法、传递矩阵-直接积分法以及这些算法的各种改进算

收稿日期: 2009-03-06; 修订日期: 2009-09-26

基金项目: 863 计划(2009AA04Z404)

作者简介: 范叶森(1977-), 男, 山东鄄城人, 博士生, 主要从事转子动力学研究.

法^[2,11]. 这些方法可以分为两大类: 传递矩阵法和模态综合法. 传递矩阵法经常出现随节点数增加精度降低或漏根等现象. 模态综合法是一种近似算法, 并且其理论相对复杂^[2,10], 这在一定程度上影响了其广泛应用. 鉴于此, 有必要针对复杂的多转子系统的振动分析方法做进一步研究. 本文在集总参数法和节点自由振动微分方程通式^[12]的基础上, 通过进一步研究提出了适于多转子系统振动分析的子结构耦合矩阵法. 通过两个算例, 验证了子结构耦合矩阵法的正确性与可行性.

1 基本原理

1.1 单个转子的振动方程

图 1 所示为单转子集总参数模型. 在该模型中, 转子离散化为由刚性圆盘和无质量弹性轴所组成的轴盘系统, 圆盘的中心作为节点.

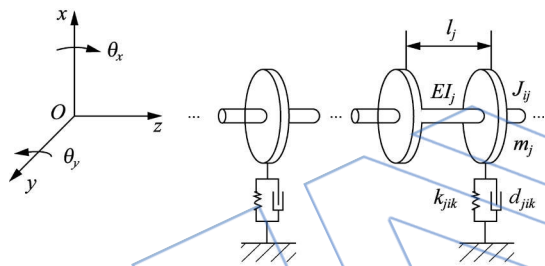


图 1 单转子集总参数模型

Fig. 1 Lumped mass model of a single rotor

如图 1 所示, 以多转子系统的公共轴心线为 z 轴建立总体坐标系 $O-xyz$. l_j 为第 j 个轴段的长度; EI_j 为第 j 个轴段的弯曲刚度; m_j 和 J_{ij} ($i = x, y, z$) 分别为节点 j 处惯性盘的质量和转动惯量; d_{jik} 和 k_{jik} ($i, k = x, y$) 分别为轴承的阻尼和刚度. 在坐标系 $O-xyz$ 中, 第 j 个节点的自由振动方程通式^[12]可表示为

$$M_j \ddot{X}_j + C_j \dot{X}_j - K_{s1}^{i+1} X_{j+1} - K_{s2}^i X_{j-1} + (K_b^i + K_{s3}^{i+1} + K_{s4}^i) X_j = 0 \tag{1}$$

式(1)中

$$M_j = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_x \end{bmatrix}_j$$
$$C_j = D_j + G_j$$

$$D_j = \begin{bmatrix} d_{xx} & d_{xy} & 0 & 0 \\ d_{yx} & d_{yy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_j$$
$$G_j = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_z \omega \\ 0 & 0 & -J_z \omega & 0 \end{bmatrix}_j$$
$$K_b^i = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} & 0 & 0 \\ k_{yx} & k_{yy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$K_{s1}^j = \begin{bmatrix} \alpha H & -\beta H \\ \beta H & -\gamma H \end{bmatrix}_j, K_{s2}^j = \begin{bmatrix} \alpha H & \beta H \\ -\beta H & -\gamma H \end{bmatrix}_j$$
$$K_{s3}^j = \begin{bmatrix} \alpha H & \beta H \\ \beta H & 2\gamma H \end{bmatrix}_j, K_{s4}^j = \begin{bmatrix} \alpha H & -\beta H \\ -\beta H & 2\gamma H \end{bmatrix}_j$$
$$\alpha = \frac{12EI_j}{l_j^3}, \beta = \frac{6EI_j}{l_j^2}$$
$$\gamma = \frac{2EI_j}{l_j}, H = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

其中 M_j 为质量矩阵; C_j 为等效阻尼矩阵; D_j 为阻尼矩阵; G_j 为陀螺力矩阵; K_b^i 为刚度矩阵; K_{s1}^i ($i = 1, 2, 3, 4$) 为节点 j 与前节点(节点 $j-1$)及后节点(节点 $j+1$)间的耦合关系矩阵; $X_j = \{x, y, \theta_x, \theta_y\}_j^T$ 为节点 j 的振动位移.

假设转子系统中转子 p 被划分为 n 个节点, 且节点编号从 $i+1$ 到 $i+n$. 根据式(1)转子 p 的自由振动方程可表示为

$$M^p \ddot{X}^p + C^p \dot{X}^p + K^p X^p = 0 \tag{2}$$

式(2)中 $X^p = \{X_{i+1}^T, X_{i+2}^T, \dots, X_{i+n}^T\}^T$.

对于整个转子系统来说, 转子之间的耦合力是内力, 但对单个转子来说是外力, 并假设转子存在其他外激振力, 则转子 p 受迫振动方程可表示为

$$M^p \ddot{X}^p + C^p \dot{X}^p + K^p X^p = F_c^p - F_e^p \tag{3}$$

式(3)中 F_e^p 表示转子 p 所受的广义激振力向量, F_c^p 表示转子之间的耦合部件对转子 p 作用力向量.

1.2 耦合部件耦合力分析

假设两个单转子系统通过中介轴承耦合在一起, 两转子的耦合节点为 i, j (图 2).

由于两节点相对运动, 中介轴承作用在节点 i 上的耦合力 ΔF_i 为

$$\Delta F_i = K_{cou} X_i + C_{cou} \dot{X}_i - K_{cou} X_j - C_{cou} \dot{X}_j \tag{4}$$

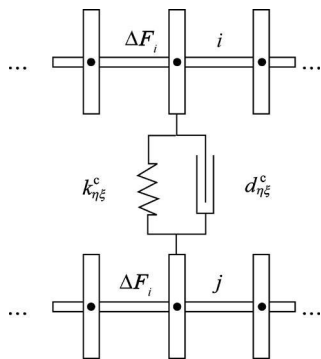


图 2 中介轴承耦合力分析

Fig. 2 Analysis of the coupled force of the inter shaft bearing

式(4)中, $\Delta F_i = \{F_x, F_y, N_y, N_x\}_i^T$, $\{F_x, F_y\}_i$ 表示耦合轴承作用在节点 i 上 x, y 向的力, $\{N_x, N_y\}_i$ 表示耦合轴承作用在节点 i 上 x, y 向上的力矩, X_i 和 X_j 分别表示节点 i, j 的振动位移。

$$K_{cou} = \begin{bmatrix} k_{xx}^c & k_{xy}^c & 0 & 0 \\ k_{yx}^c & k_{yy}^c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$
$$C_{cou} = \begin{bmatrix} d_{xx}^c & d_{xy}^c & 0 & 0 \\ d_{yx}^c & d_{yy}^c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$k_{\eta_g}^c(\eta, \xi = x, y)$ 为中介轴承的刚度, $d_{\eta_g}^c(\eta, \xi = x, y)$ 为中介轴承的阻尼。

同理, 中介轴承作用在节点 j 上的耦合力 ΔF_j 为

$$\Delta F_j = K_{cou} X_j + C_{cou} \dot{X}_j - K_{cou} X_i - C_{cou} \dot{X}_i \quad (5)$$

式(5)中各符号的意义与式(4)相同。

1.3 系统的振动方程

不失一般性, 假设多转子系统由两个同轴转子组成, 并通过中介轴承耦合在一起, 耦合节点为 i, j 。首先将这个双转子系统使用集总参数法进行离散, 并将各节点按一定的次序的统一编号, 然后根据式(3)分别获得转子 1 和转子 2 的振动微分方程。将这两个转子振动方程合并, 可得扩展后的双转子系统的振动方程

$$M \ddot{X} + \dot{C} \dot{X} + K' X = F_e - F_c \quad (6)$$

式(6)中

$$X = \begin{bmatrix} X^1 \\ X^2 \end{bmatrix}, \quad M = \begin{bmatrix} M^1 & 0 \\ 0 & M^2 \end{bmatrix},$$

$$C' = \begin{bmatrix} C^1 & 0 \\ 0 & C^2 \end{bmatrix}, \quad K' = \begin{bmatrix} K^1 & 0 \\ 0 & K^2 \end{bmatrix},$$
$$F_e = \begin{bmatrix} F_e^1 \\ F_e^2 \end{bmatrix}, \quad F_c = \begin{bmatrix} F_c^1 \\ F_c^2 \end{bmatrix}$$

其中 X 和 M 为整个系统的广义振动位移向量和质量矩阵; C' 和 K' 为过度阻尼矩阵和过度刚度矩阵; F_e 和 F_c 为整个系统的广义激振力向量和耦合力向量。

由式(4)、式(5)和以上论述可知

$$F_c^1 = \{0^T, \dots, 0^T, \Delta F_i^T, 0^T, \dots, 0^T\}^T,$$
$$F_c^2 = \{0^T, \dots, 0^T, \Delta F_j^T, 0^T, \dots, 0^T\}^T$$

则 F_c 可表示为

$$F_c = K_c X + C_c \dot{X} \quad (7)$$
$$K_c = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 \\ K_{cou} & 0 & \dots & 0 & -K_{cou} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -K_{cou} & 0 & \dots & 0 & K_{cou} \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ C_{cou} & 0 & \dots & 0 & -C_{cou} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -C_{cou} & 0 & \dots & 0 & C_{cou} \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

K_c 和 C_c 就是整个多转子系统的耦合矩阵。

将式(7)代入式(6)并整理得

$$M \ddot{X} + C \dot{X} + K X = F_e \quad (8)$$

式(8)中 $C = C' + C_c$, $K = K' + K_c$ 。

式(8)就是通过中介轴承耦合的双转子不平衡响应振动方程。令激振力 $F_e = 0$, 就可以得到双转子系统的自由振动方程

$$M \ddot{X} + C \dot{X} + K X = 0 \quad (9)$$

当转子系统的转子多于两个时, 可以将双转子振动方程和耦合矩阵进行扩展, 以获得两个转子以上的多转子耦合系统的振动方程。

1.4 固有特性分析方法

求解式(8)可得双转子系统的受迫振动响应,而求解式(9),可得双转子系统的固有频率和振型. 设式(9)的第 j 阶特征值为 $\lambda = u_j + iv_j$, $i = \sqrt{-1}$, 则对应的对数衰减率为

$$\delta_j = -2\pi u_j / v_j$$

只有当对数衰减率大于 0 时,系统才是稳定的^[2-3, 12-13]. v_j 为转子系统的第 j 阶固有频率; 式(9)第 j 阶特征向量则为转子系统的第 j 阶振型.

根据转子临界转速的定义,当转子的转速与该转速下转子系统的某阶固有频率相等时,此时的转子转速就是转子系统的临界转速.对于多转子系统,每个转子都可能激起整个系统的共振,因而如果系统中某一转子的转速与多转子系统的某阶固有频率相等,那么该转速就是多转子系统的一个临界转速.也就是说,在搜索临界转速时要通盘考虑各转子的转速与多转子系统的固有频率.

2 算例 1

算例 1 原始参数来自参考文献[2, 6],算例 1 被广泛引用,经常被人们用来验证其所研究方法的正确性.如图 3 所示,算例 1 为一具有两个中介支点的双转子无阻尼轴对称系统

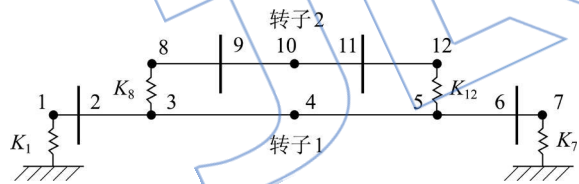


图 3 双转子无阻尼轴对称系统计算模型
Fig. 3 Calculating model of an axial symmetry dual rotor system without damping

图 3 所示的双转子系统结构参数详见参考文献[2, 6]. 文献[6]给出了在转子 1 转速为 994.88 rad/s 和转子 2 转速为 1361.36 rad/s 时,该双转子系统前 32 阶固有频率,本文方法可以计算前 $4n$ (n 为系统划分的全部节点数)阶固有频率和临界转速.为了节约篇幅,表 1 中只给出转子系统前 12 阶固有频率.

本文所有的数据和图形都是利用 Matlab 语言编写的程序求解得到的.

文献[2]分别给出了转子 2 和转子 1 速比为 1.37 的条件下的转子 1 和转子 2 分别激起的前三阶正向涡动临界转速.根据工程需求,搜索临界

转速的步长为 1 时已经足够精确.在与文献[2]同样的条件下,利用本文方法搜索相应的临界转速,并把计算结果和文献[2]计算结果及相对误差放在表 2 中一并给出.

表 1 固有频率计算结果与精确解对比

Table 1 Comparison between the calculated results and the precise nature frequencies

固有频率/(rad/s)		相对误差/%
本文方法	精确解 ^[6]	
174.766	174.716	0.029
400.881	400.436	0.111
518.721	518.674	0.009
633.387	632.988	0.063
894.070	894.410	0.038
1349.688	1349.958	0.020
1397.279	1397.403	0.009
1433.454	1432.092	0.095
1805.406	1805.751	0.019
1829.199	1829.741	0.030
1867.949	1868.237	0.015
2117.154	2119.298	0.101

表 2 临界转速计算结果对比

Table 2 Comparison of the calculated results of critical speeds

	临界转速/(rad/s)		相对误差/%
	本文方法	文献[2]	
转子 1	319	319.254	0.19
	881	863.954	2.02
	1510	1459.262	3.52
转子 2	307	291.193	5.69
	847	835.546	1.41
	1446	1437.395	0.63

这里需要强调的是,算例 1 中的原始结构参数中,很多节点只有质量没有直径转动惯量,直径转动惯量为零,必然会导致质量方阵奇异.解决这一问题最简单方法是用一个较小量代替零值.根据对算例 1 的试算,当这一较小量小于结构参数中最小直径转动惯量 2 个数量级时,所求固有频率与精确解误差值低于 0.5%.表 1 和表 2 中的计算结果是在将直径转动惯量为零节点的直径转动惯量取为 0.0001 kg·m² 的条件下求得的.

通过分析表 1 和表 2,可以看出子结构耦合矩阵法在求解转子系统的固有频率和临界转速时

是十分有效的. 文献[11] 也对这一算例使用改进整体传递矩阵法计算临界转速, 所得结果与本文方法所求临界转速, 最大相对误差小于 0. 5%. 这也就进一步证实了子结构耦合矩阵法的可靠性.

3 算例 2

如图 4 所示, 算例 2 为具有一个中介轴承的轴对称双转子系统, 系统中所有的轴承都具有轴对称刚度和轴对称阻尼. 该转子系统详细结构参数见文献[6] 中表 3, 轴承参数见文献[6] 中表 5

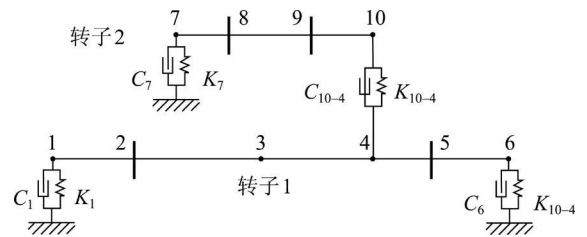


图 4 具有一个中介支点的双转子系统计算模型
Fig. 4 Calculating model of a dual rotor system with an inter shaft bearing

文献[6] 分别给出了采用阻抗耦合法和分振型综合法求出的系统特征值. 这两种方法计算的结果非常接近, 在表 3 中只给出了阻抗耦合法和本文方法的计算结果.

表 3 双转子系统特征值计算对比

Table 3 Comparison of the calculated eigenvalues of the twin spool system

本文方法 特征值	阻抗耦合法 ^[6] 特征值
- 1 991 + i469. 438	- 1 994 + i469. 504
- 14 590 + i728. 730	- 14 593 + i728. 893
- 114 013 + i1423. 762	- 113 990 + i1423. 95
- 107 710 + i2173. 914	- 107 810 + i2174. 773
- 63 082 + i2336. 573	- 63 300 + i2336. 53
- 171 953 + i2564. 495	- 171 645 + i2564. 25
- 71 254 + i3013. 919	- 70. 930 + i3015. 18
- 262 263 + i4332. 280	- 261 960 + i4333. 528
- 63 056 + i5652. 806	- 62 940 + i5654. 81

由表 3 可以看出, 采用本文方法所求的转子系统特征值的实部和虚部相对阻抗耦合法计算的结果, 误差都小于 0. 5%. 由前所述, 系统特征值的实部为振动衰减指数, 而虚部为系统的固有频率. 综上可知, 使用子结构耦合矩阵法, 不论是求解有阻尼多转子系统的固有特性, 还是通过系统

特征值判定系统的稳定性都是十分有效的.

通过分析关键节点的幅频响应曲线, 可以帮助分析转子系统的最佳工作区间, 因而有必要研究转子系统的幅频响应曲线. 假设转子 2 与转子 1 的转速比值保持 1. 37 恒定不变, 并假设在节点 5 上存在不平衡量 $1. 5 \times 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}$. 为节约篇幅, 这里只给出节点 9 的幅频响应曲线(图 5). 图 5 中 A_m 表示振幅, ω_1 表示转子 1 的转速.

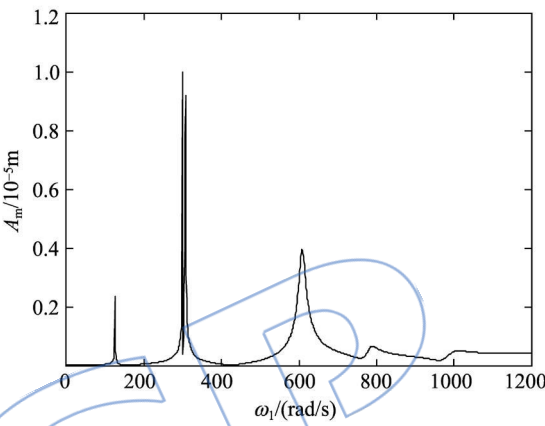


图 5 节点 9 的幅频响应
Fig. 5 Amplitude and frequency response of the ninth node

分析系统关键节点的涡动轨迹, 可以帮助了解转子系统的运行状况, 并可用于判断转子是否会发生碰摩等, 因而研究转子的涡动轨迹是十分必要的. 假设各轴承 x 向的刚度增加一倍, 其他结构参数不变; 除节点 8 外, 别的节点都没有不平衡量. 则当节点 8 上的不平衡量为 $1. 5 \times 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}$ 时, 节点 5 的涡动轨迹如图 6 所示.

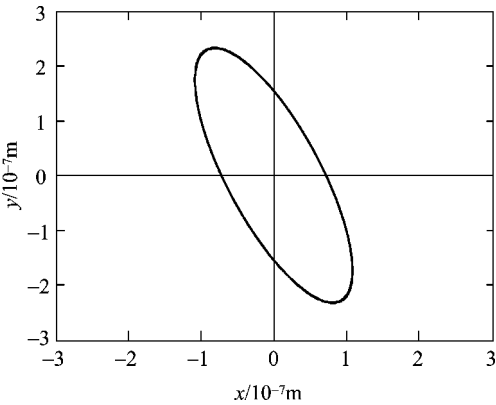


图 6 节点 5 涡动轨迹
Fig. 6 Whirling orbit of the fifth node

由图 6 可知, 由于中介轴承的耦合作用, 作用在转子 2 节点 8 上的不平衡激振力, 激起了转子

1 节点5的振动.

4 结 论

本文系统论述了多转子耦合系统振动分析的子结构耦合矩阵法,并通过两个算例证实了该方法的可行性与可靠性,得到如下结论:

1) 将多转子系统在耦合处分开,将耦合力作为单个转子系统的外力,并利用节点自由振动微分方程通式,建立单个转子系统的振动方程.

2) 通过分析耦合部件对耦合节点的作用力,建立耦合部件的耦合矩阵;利用耦合矩阵将单个转子的振动方程耦合起来,建立整个多转子系统的振动微分方程.

3) 通过求解多转子系统的振动微分方程,可以获得转子系统的固有频率、临界转速、幅频响应曲线、涡动轨迹等.

4) 两个算例表明,多转子振动分析的子结构耦合矩阵法是可行的,计算结果是可靠的.

参考文献:

- [1] 陈光. 发动机结构设计分析[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2006.
- [2] 《航空发动机设计手册》总编委会. 航空发动机设计手册(第19册)[M]. 北京: 航空工业出版社, 2000.
- [3] 闻邦椿, 顾家柳, 夏松波, 等. 高等转子动力学[M]. 北京: 机械工业出版社, 2000.
- [4] 任光明, 朱梓根, 李其汉. 用整体传递矩阵法进行复杂转子系统的应变能力分析[J]. 航空动力学报, 1997, 12(1): 86-88.
REN Guangming, ZHU Zigen, LI Qihan. Analysis of potential energy of complex rotor case system by using whole transfer matrix method[J]. Journal of Aerospace Power, 1997, 12(1): 86-88. (in Chinese)
- [5] 李育锡, 王三民. 改进整体传递矩阵计算复杂转子系统临界转速[J]. 航空动力学报, 2005, 20(3): 413-417.
LI Yuxi, WANG Sanmin. Application of the improved whole transfer matrix method to the calculation of complex rotor critical speed[J]. Journal of Aerospace Power, 2005, 20(3): 413-417. (in Chinese)
- [6] 黄太平. 多转子系统振动的子系统分析方法 阻抗耦合法与分振型综合法[J]. 振动工程学报, 1988, 1(3): 30-40.
HUANG Taiping. Subsystem analysis for multi rotor system impedance coupling method and component mode synthesis[J]. Journal of Vibration Engineering, 1988, 1(3): 30-40. (in Chinese)
- [7] 温卫东, 顾家柳. Riccati 传递矩阵 直接积分法及其应用[J]. 航空学报, 1990, 11(1): A83-A85
WEN Weidong, GU Jiali. A combined Riccati transfer matrix direct integration method with its applications[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 1990, 11(1): A83-A85. (in Chinese)
- [8] 孟越, 李其汉. 应用整体传递系数法分析复杂转子系统转静件摩擦振动特征[J]. 航空动力学报, 2003, 18(2): 146-150.
MENG Yue, LI Qihan. Using WTCM to analyze rub impact default of a complex rotor system[J]. Journal of Aerospace Power, 2003, 18(2): 146-150. (in Chinese)
- [9] 蒋书运, 陈照波, 须根法, 等. 用整体传递矩阵法计算航空发动机整机临界转速特性[J]. 哈尔滨工业大学学报, 1998, 30(1): 32-35
JIANG Shuyun, CHEN Zhaobo, XU Genfa, et al. Analysis of natural frequency characteristics by whole transfer matrix method for turbo engine multi rotors[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 1998, 30(1): 32-35 (in Chinese)
- [10] 晏砺堂, 张辉. 计算复杂转子动力特性的子结构传递矩阵法[J]. 振动与冲击, 1986, 5(4): 38-47
YAN Litang, ZHANG Hui. The substructure transfer matrix method for dynamic analysis of complex rotor systems[J]. Journal of Vibration and Shock, 1986, 5(4): 38-47 (in Chinese)
- [11] 庞辉. 多转子系统动力特性分析及应用研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2005
PANG Hui. Dynamic analysis of multi rotor system and its application[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2005 (in Chinese)
- [12] 虞烈, 刘恒. 轴承-转子系统动力学[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2004
- [13] Yang B S, Choi S P, Kim Y C. Vibration reduction optimum design of a steam turbine rotor bearing system using a hybrid genetic algorithm[J]. Struct Multidisc Optim., 2005, 30(1): 43-53.